

# Schätzfunktionen für Bestandesmitteldurchmesser

Von Eckhard Kennel, Freising

Das Wachstum unserer Waldbestände hat sich in den letzten Jahrzehnten verändert. Darauf weisen verschiedene Autoren hin (z.B. SPIECKER et al., 1996). Trotzdem werden in vielen Fällen in Ermangelung zutreffender Tabellen die Werte der herkömmlichen Ertragstabellen verwendet. Vorrangig gilt es daher, Schätzhilfen für das veränderte Zuwachsverhalten zu erarbeiten.<sup>1)</sup>

---

*Prof. Dr. E. Kennel leitet den Lehrbereich Forsteinrichtung am Lehrstuhl für Waldbau und Forsteinrichtung an der TU München.*

---

*1) Mit diesem Problem beschäftigt sich Reimeier [1] am Lehrstuhl für Waldbau und Forsteinrichtung der Forstwissenschaftlichen Fakultät in Freising. Dazu werden Wiederholungsaufnahmen permanent eingerichteter Stichproben von Betriebsinventuren in Bayern analysiert.*

Neben dem laufenden Zuwachs sind aber auch die Mitteldurchmesser bei bestimmtem Bestandesalter für die forstliche Praxis von Interesse, zum Beispiel bei Kalkulationen, bei denen der Bestandesvorrat nach den Bestandessortentafeln von SCHÖPFER/DAUBER [2] in Sortimenten aufgliedert wird. Eingangsgröße ist dort der Bestandesmitteldurchmesser. Für ein bestimmtes Alter geben die herkömmlichen

Ertragstabellen jedoch unzutreffende Bestandesmitteldurchmesser an. Deshalb wurden aus dem für die Zuwachsuntersuchungen aufbereiteten Material von Forstbetriebsinventuren Durchmesser-Schätzfunktionen abgeleitet.

Es liegen aus 25 bayerischen Forstämtern die Ergebnisse aus den Betriebsinventuren vor. Die Daten wurden für die Zuwachsuntersuchung aufwendig auf Plausibilität geprüft und bereinigt. Letztlich standen Ergebnisse von 38.538 Stichproben zur Verfügung.

Für jede Bonitätsstufe von 0 bis 5 wurden alle Datensätze ausgewählt, deren Bonität genau die volle Bonitätsstufe aufweist. Die Mitteldurchmesser dieser Datensätze wurden regressionsanalytisch

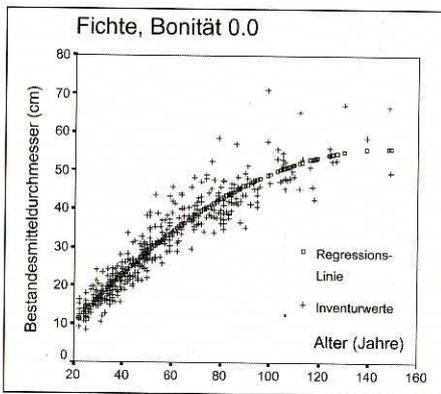


Abb. 1: Bestandessmitteldurchmesser über dem Alter, Inventurergebnisse und Ausgleichsfunktion

über dem Alter ausgeglichen. Als Regressionsmodell wurde eine Parabel verwendet:

$$F1) \quad d_g = a + b \cdot \text{Alter} + c \cdot \text{Alter}^2$$

Tab. 1 enthält die Koeffizienten für die Baumart Fichte. Als Beispiel sind in Abb. 1 die Werte der Mitteldurchmesser von Fichte bei Bonität 0.0 und die der zugehörigen Ausgleichsfunktion über dem Alter dargestellt.

Der Koeffizient c der Parabel ist bei Fichte signifikant von Null verschieden. Das bedeutet, dass die Ausgleichsline mit zunehmendem Alter stärker gekrümmt ist. Dazu ist anzumerken, dass es sich nicht um Durchmesserwachstumskurven handelt, sondern um eine Abfolge von Bestandesmittelwerten. Darin drückt sich auch die Verschiebung des Mittelwertes durch die waldbauliche Behandlung aus. Wenn bei Fichte in höherem Alter starke Stämme geerntet werden oder durch Rotfäule ausfallen, so sinkt der Mitteldurchmesser. Die Krümmung der Linie ist um so stärker, je besser die Bonität ist (s. Abb. 5). Anders ist die Situation beim Laubholz. Durch die Lichtwuchsdurchforstung im Alter werden schwächere Bäume entnommen, die verbleibenden reagieren mit erhöhtem Durchmesserzuwachs. Bei Laubholz ist deshalb als Ausgleichsfunktion eine Gerade anzuwenden, das quadratische Glied einer Parabel ist nicht signifikant von Null verschieden.

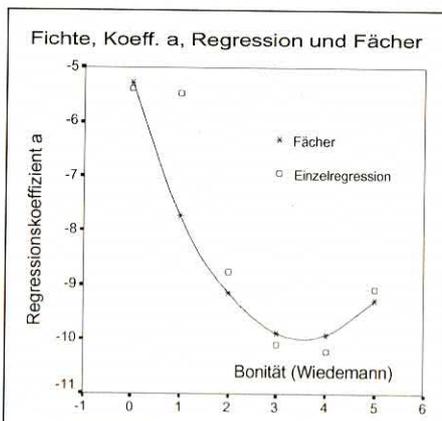


Abb. 2: Regressionskoeffizienten a und Ausgleich über der Bonität durch Parabel

Tab. 1: Ergebnisse der Regressionsrechnungen für Fichte

Bonität Wiedemann	Anzahl Datensätze	Koeffizient a	Koeffizient b	Koeffizient c	B-Wert
0	407	-5.379503	0.819405	-2.740729E-3	0.89
1	878	-5.479610	0.678598	-1.895424E-3	0.88
2	499	-8.760511	0.648904	-1.708708E-3	0.89
3	263	-10.089521	0.574638	-1.295282E-3	0.89
4	179	-10.223178	0.512892	-1.028112E-3	0.90
5	91	-9.077215	0.405018	-6.028121E-4	0.92

Um die Schätzung des Mitteldurchmessers auch für beliebige Zwischenbonitäten zu ermöglichen, wurden Bonitätsfächer berechnet, indem die Koeffizienten a, b und c über der Bonität ausgeglichen wurden. Als Modell wurde ebenfalls eine Parabel verwendet. Um eine Extrapolation

auch für negative Bonitäten zu ermöglichen, wurde für den Querausgleich die Bonität um den Wert 5 erhöht. Die Abbildungen 2 bis 4 zeigen die Werte der Koeffizienten a, b und c über der Bonität sowie die jeweiligen Werte folgender Ausgleichsparabeln:

$$a_{\text{geschätzt}} = 15.182560 - 5.878771 \cdot (\text{Bonität} + 5) + 0.343217 \cdot (\text{Bonität} + 5)^2$$

$$b_{\text{geschätzt}} = 1.204969 - 7.607635E - 2 \cdot (\text{Bonität} + 5) - 3.031637E - 4 \cdot (\text{Bonität} + 5)^2$$

$$c_{\text{geschätzt}} = -5.998937E - 3 + 7.80643E - 4 \cdot (\text{Bonität} + 5) - 2.445636E - 5 \cdot (\text{Bonität} + 5)^2$$

Der aus dem Rahmen fallende Wert der 1. Bonität bei Fichte wurde bei der Berechnung der Ausgleichsparabeln nicht mit einbezogen. Abb. 5 zeigt die sechs Regressionslinien, die aus dem Material hergeleitet wurden, zusammen mit den Werten des berechneten Bonitätsfächers. Für die Regression der extrapolierten Bonität 0.0 liegen im Bereich der Alter über 140 Jahren nur ganz wenige Beobachtungen vor. Diese Kurve muss daher (ebenso wie die Linie des Fächers für Bonität 0.0) bei Alter 140 gekappt werden.

Abb. 6 zeigt, dass die Unterschiede zwischen der Realität und der WIEDEMANN-Tafel doch erheblich sind. So erreicht ein Fichtenbestand der Bonität 2.0 nach der Ertragstafel WIEDEMANN m.Df. einen Mitteldurchmesser von 40 cm erst im Alter von ca. 121 Jahren, während er nach dem vorliegenden Material diesen Durchmesser bereits im Alter von ca. 101 Jahren aufweist.

Nach dem beschriebenen Verfahren wurden auch Regressionen und Fächer für die Baumarten Kiefer, Buche und Eiche berechnet. Auf die Darstellung der Zwischenschritte wird hier verzichtet. Die Koeffizienten der Fächer sind in Tabelle 2 enthalten. Die Abb. 7 bis 9 zeigen die Wer-

te der Fächer im Vergleich zur jeweiligen Ertragstafel.

Für die Kiefer wurde als Modell wie bei der Fichte die Parabel verwendet. Die Abweichung der Mitteldurchmesser von der Ertragstafel ist nicht so groß wie bei Fichte. Nach der Tafel WIEDEMANN m.Df. erreicht ein Kiefernbestand der Bonität 2.0 einen mittleren Durchmesser von 30 cm im Alter von etwa 109 Jahren, in der Realität bereits mit 99 Jahren (s. Abb. 7). Wie bei Fichte liegen für die extrapolierte Bonität 0 nur wenige Stichproben mit Alter größer als 130 Jahre vor. Anscheinend hat das Höhenwachstum jüngerer Bestände auf veränderte Wuchsbedingungen reagiert, so dass diese in bessere und beste Bonitäten eingewachsen sind. Deswegen muss die Kurve für Bonität 0.0 bei 130 Jahren, die für Bonität 1.0 bei 160 Jahren gekappt werden.

Die Mitteldurchmesser von Buche und Eiche wurden mit einer Geraden ausgeglichen. Wie die Abb. 8 und 9 zeigen, ist auch in den Ertragstafeln die Entwicklung des Mitteldurchmessers über dem Alter linear. Für Buche Bonität 2.0 beträgt die Altersdifferenz zum Erreichen eines Bestandesmitteldurchmessers von 30 cm etwa 10 Jahre (s. Abb. 8).

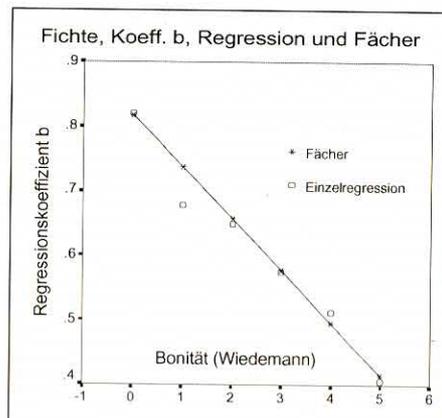


Abb. 3: Regressionskoeffizienten b und Ausgleich über der Bonität durch Parabel

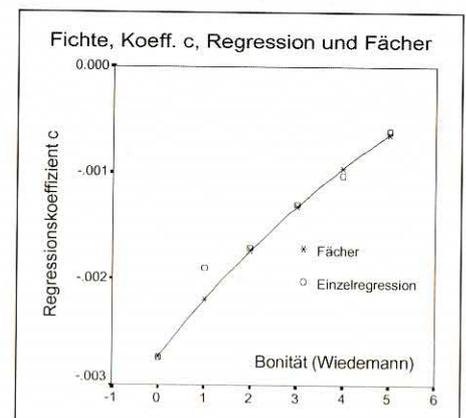


Abb. 4: Regressionskoeffizienten c und Ausgleich über der Bonität durch Parabel

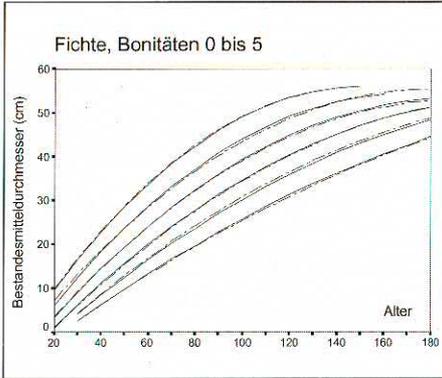


Abb. 5: Einzelregressionen (gestrichelte Linien) und Fächer (durchgezogene Linien) für Fichte, Bonitäten 0 bis 5.

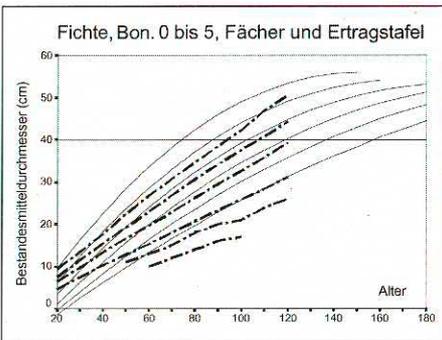


Abb. 6: Fächer (durchgezogene Linie) für Fichte und Ertragstafelwerte WIEDEMANN m.Df. (gestrichelte Linie).

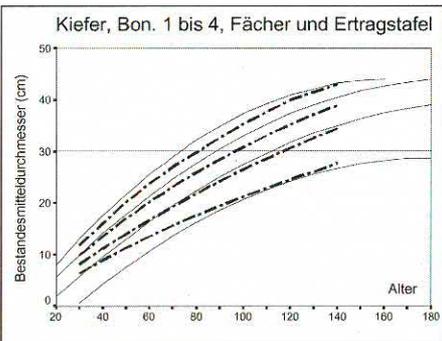


Abb. 7: Fächer (durchgezogene Linie) für Kiefer und Ertragstafelwerte WIEDEMANN m.Df. (gestrichelte Linie)

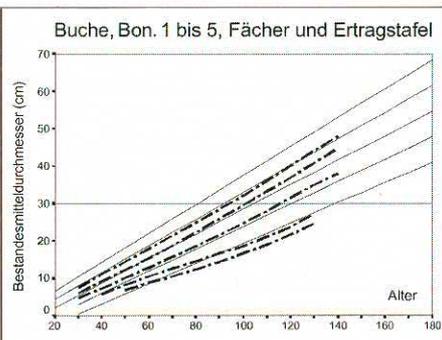


Abb. 8: Fächer (durchgezogene Linie) für Buche und Ertragstafelwerte WIEDEMANN m.Df. (gestrichelte Linie)

Tab. 2: Koeffizienten der Schätzfunktionen für Fichte, Kiefer, Buche und Eiche

Baumart	Fichte	Kiefer	Buche	Eiche
$a_0$	15.182560	-25.812861	8.562861	8.777730
$a_1$	-5.878771	7.315230	-1.636995	-1.088942
$a_2$	0.343217	-0.600856	0	0
$b_0$	1.204969	2.002429	0.561012	.491254
$b_1$	-7.607635E-2	-0.364253	-0.0289971	-3.077640E-2
$b_2$	-3.031637E-4	2.13108E-2	0	0
$c_0$	-5.998937E-3	-1.219820E-2	0	0
$c_1$	7.80643E-4	2.75588E-3	0	0
$c_2$	-2.445636E-5	-1.710475E-4	0	0

Tab. 3: Tabellierte Bestandesmitteldurchmesser für Fichte

Alter	Bonität (WIEDEMANN m.Df.)										
	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
20	9.6	7.8	6.1	4.6	3.3	2.1	1.1	0.3			
30	16.4	14.4	12.4	10.6	9.0	7.6	6.2	5.1	4.1	3.2	2.6
40	22.7	20.4	18.3	16.2	14.4	12.7	11.1	9.7	8.4	7.2	6.3
50	28.5	26.0	23.7	21.5	19.4	17.5	15.7	14.0	12.5	11.1	9.8
60	33.6	31.1	28.6	26.3	24.1	22.0	20.0	18.1	16.4	14.8	13.3
70	38.3	35.7	33.1	30.7	28.4	26.2	24.0	22.0	20.1	18.3	16.6
80	42.4	39.8	37.2	34.8	32.4	30.1	27.8	25.7	23.6	21.6	19.7
90	46.0	43.4	40.9	38.4	36.0	33.6	31.4	29.1	27.0	24.8	22.8
100	49.0	46.5	44.1	41.7	39.3	36.9	34.6	32.3	30.1	27.9	25.7
110	51.5	49.2	46.8	44.5	42.2	39.9	37.6	35.3	33.1	30.8	28.5
120	53.4	51.3	49.2	47.0	44.8	42.6	40.4	38.1	35.8	33.5	31.2
130	54.8	53.0	51.0	49.1	47.0	45.0	42.8	40.6	38.4	36.1	33.7
140	55.7	54.1	52.5	50.8	48.9	47.0	45.0	43.0	40.8	38.5	36.2
150	56.0	54.8	53.5	52.1	50.5	48.8	47.0	45.0	43.0	40.8	38.4
160	55.8	55.0	54.1	53.0	51.7	50.3	48.7	46.9	45.0	42.9	40.6
170	55.0	54.7	54.2	53.5	52.6	51.4	50.1	48.5	46.8	44.8	42.6
180	53.7	53.9	53.9	53.6	53.1	52.3	51.2	49.9	48.4	46.6	44.5

$$F2) d_g = (a_0 + a_1 \cdot B5 + a_2 \cdot B5^2) + b_0 + b_1 \cdot B5 + b_2 \cdot B5^2) \cdot A + (c_0 + c_1 \cdot B5 + c_2 \cdot B5^2) \cdot A^2$$

Bei Eiche zeigt sich, dass Bestände mit einem Alter von über etwa 100 Jahren geringere Mitteldurchmesser aufweisen, als dies die Tafel von JÜTTNER angibt. Anscheinend werden die Eichenbestände in Bayern dichter erzogen, so dass das Durchmesserwachstum zurückbleibt. Der konstruierte Fächer beruht auf über 600 Probekreisergebnissen, so dass die Abweichung von der Tafel für Bayern als typisch angesehen werden kann. Zum Erreichen eines mittleren Durchmessers von 40 cm braucht demnach ein Eichenbestand Bonität 2.0 ca. 14 Jahre länger, als dies die Tafel von JÜTTNER ausweist.

## Folgerung

Aus dem Material von Betriebsinventuren wurde eine Schätzhilfe für den Mitteldurchmesser in Abhängigkeit von Bonität und Alter abgeleitet. Der Durchmesser wird nach der Formel F2 berechnet. Darin bedeuten A = Alter, B5 = Bonität + 5. Die Koeffizienten  $a_0$  bis  $c_2$  haben folgende Werte (s. Tab. 2). Selbstverständlich ist es auch möglich, anstelle von Funktionen Tabellen zu erstellen. Ein Beispiel für Baumart Fichte zeigt Tab. 3.

Damit steht der forstlichen Praxis eine treffsichere Schätzhilfe für den Mittel-

durchmesser in Abhängigkeit von Alter und Bonität zur Verfügung. Es soll noch erwähnt werden, dass es sich bei diesen Funktionen um statische Zustandbeschreibungen handelt. Eine Ableitung von Durchmesserzuwachsen aus diesen Kurven ist nicht korrekt.

### Literaturhinweise:

[1] REIMEIER, S. (1999): Modelle zur Korrektur von Ertragstafelzuwachsen aus Daten der permanenten Stichprobeninventur. AFZ/DerWald 55. Jhg., S. 1069-1071. [2] SCHÖPFER, W.; DAUBER, E. (1989): Bestandessortentafeln 82/85. Mitteilungen der Forstlichen Versuchs- und Forschungsanstalt Baden-Württemberg, H. 147, 51 S. [3] SPIECKER, H.; MIELIKÄINEN, K.; KÖHL, M.; SKOWSGAARD, J. (1996): Growth Trends in European Forests - Studies from 12 Countries. Berlin, Heidelberg, u.a., 372 S.

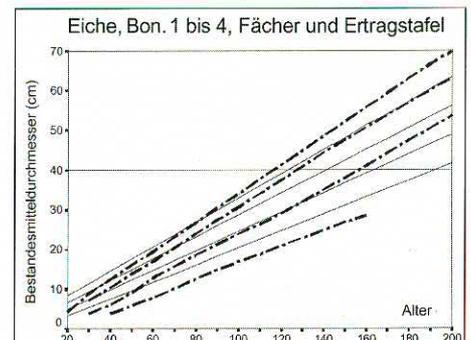


Abb. 9: Fächer (durchgezogene Linie) für Eiche und Ertragstafelwerte JÜTTNER m.Df. (gestrichelte Linie)